RELAZIONE TRA DIMENSIONE, AREA SUPERFICIALE E POROSITÀ

Una delle conclusioni anti intuitive che vengono fuori durante le mie lezioni di chimica del suolo è che la diminuzione delle dimensioni delle particelle di suolo determina un aumento di area superficiale. Questo è molto importante perché all'aumento di area superficiale corrisponde la capacità di un suolo di trattenere acqua e, di conseguenza, nutrienti. Questi ultimi, quindi, rimangono disponibili per la nutrizione vegetale dal momento che non vengono lisciviati facilmente.

Non è semplice capire perché la diminuzione delle dimensioni sia associabile ad un aumento di area superficiale e perché un aumento di quest'ultima corrisponda ad una maggiore capacità di ritenzione idrica.

Vediamo di fare una semplice dimostrazione matematica. A tale scopo consideriamo una sfera di raggio R. Il volume e l'area superficiale sono dati da:

$V_1 = (4/3)\pi R^3$ $\qquad$ $A_1 = 4\pi R^2$

Prendiamo ora una sfera di raggio r tale che R = nr dove n è un qualsiasi numero > 0. In altre parole la sfera di raggio r è più piccola di quella con raggio R.

Volume ed area superficiale di questa seconda sfera sono:

$V_2 = (4/3)\pi r^3$ $\qquad$ $A_2 = 4\pi r^2$

Ricordando che R = nr, possiamo scrivere:

$V_2 = (4/3n^3)\pi R^3$ $\qquad$ $A_2 = (4/n^2)\pi R^2$

Quante sono le sfere di raggio r in cui possiamo dividere la sfera di raggio R?

Per poterlo sapere dobbiamo calcolare quante sfere di raggio r occupano il volume della sfera di raggio R. Ed allora:

$V_1/V_2 = n^3$

Ovvero, il numero di sfere di raggio r che entrano nel volume occupato dalla sfera di raggio R (cioè il numero di sfere in cui possiamo dividere la sfera grande) è pari a n^3.

L'area superficiale totale delle sfere di raggio r che occupano il volume della sfera di raggio R è:

$A_{totale} = n^3\ (4/n^2)\pi R^2 = 4n\pi R^2$

In altre parole se A1 = $4\pi R^2$, allora $A_{totale} > A_1$.

In altre parole, l'area superficiale delle sferette ottenute dalla suddivisione della sfera grande è n volte più grande dell'area superficiale di quest'ultima.

Alla diminuzione delle dimensioni e, quindi, all'aumento dell'area superficiale corrisponde anche un aumento della porosità, ovvero del numero dei pori presenti all'interno del sistema.

Per dimostrarlo bisogna ricordare che la porosità, ovvero il numero di pori presenti in un sistema, si calcola dividendo l'area superficiale per il volume occupato dalla particella solida.

Prendendo in esame la sfera di raggio R, la porosità è:

$P_1 = A_1/V_1 = [\ 4\pi R^2]/[(4/3)\pi R^3] = 3/R$

Per la sfera di raggio r, la porosità è: $P_2 = 3/r$. Ricordando che il numero di sfere di raggio r che occupano il volume di quella di raggio R è n^3, la porosità totale sarà: $P_{totale} = n^3P_2 = 3n^3/r$. Dal momento che $R = nr$, si ottiene:

$P_{totale} = 3n^3/(R/n) = 3\ n^4/R$

Da cui, ricordando che $P_1 = 3/R$, si ottiene:

$P_{totale} = n^4P_1$

In altre parole, la porosità dell'insieme di sferette che occupano il volume della sfera grande è n^4 volte più grande della porosità della sfera di raggio R.